## EXERCICE N°1 : 25' 4 points

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} x - 1 + e^{\left(\frac{1}{x-1}\right)} & \text{si } x < 1 \\ \frac{\ln x}{x^2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.

**1)** Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1 et interpréter le résultat graphiquement.

**2) a)** Montrer que $\forall\ x \leq 0$ on a $x^2 . e^x < 1$. En déduire que $\forall\ x \in ]-\infty, 1[$ on a $f'(x) > 0$.

**b)** Dresser le tableau de variation de f. Construire $\zeta_f$.

## EXERCICE N°2 : 25' 5 points

**1)** Déterminer le signe de $g(x) = e^{2x} - 5e^x + 4$.

**2)** Soit f la fonction définie par $f(x) = x + 1 + \frac{1}{e^x - 2}$. **a)** Etudier les variations de f.

**b)** Montrer que la droite $\Delta : y = x + 1/2$ est une asymptote de $\zeta_f$.

**c)** Quelles sont les positions relative de $\zeta_f$ par rapport à $\Delta$. **3)** Tracer $\zeta_f$ et $\Delta$.

**4)** Montrer que pour tout $x \in ]-\infty, \text{Log}\,2[$, $f(x) = x + 1/2 + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$. En déduire une primitive de f.

## EXERCICE N°3 : 30' 5 points

Soit f la fonction numérique à variable réelle définie par $f(x) = \sqrt{1 - e^{-2x}}$.

**1)** Déterminer l'ensemble de définition $D_f$ de f.

**2)** Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter géométriquement le résultat.

**3)** Etudier les variations de f est tracer la courbe $\zeta_f$.

**4) a)** démontrer que f réalise une bijection de $D_f$ sur un intervalle E que l'on déterminera.

**b)** Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout x élément de E. c) Tracer dans le même repère $\zeta_{f^{-1}}$.

**5)** Vérifier que $\forall\ x \in D_f \setminus \{0\}$ on a : $f(x) = f'(x).\left(-1 + \frac{1}{2(1+f(x))} + \frac{1}{2(1-f(x))}\right)$. En déduire une primitive de f sur $D_f \setminus \{0\}$.

**6)** Soit g la fonction définie par $g(x) = -x + 1/2 \ln(e^{2x} - 1)$. Vérifier que $\forall\ x \in D_f \setminus \{0\}$ on a : $g(x) = \ln(f(x))$. Etudier les variations de g et construire sa courbe.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn